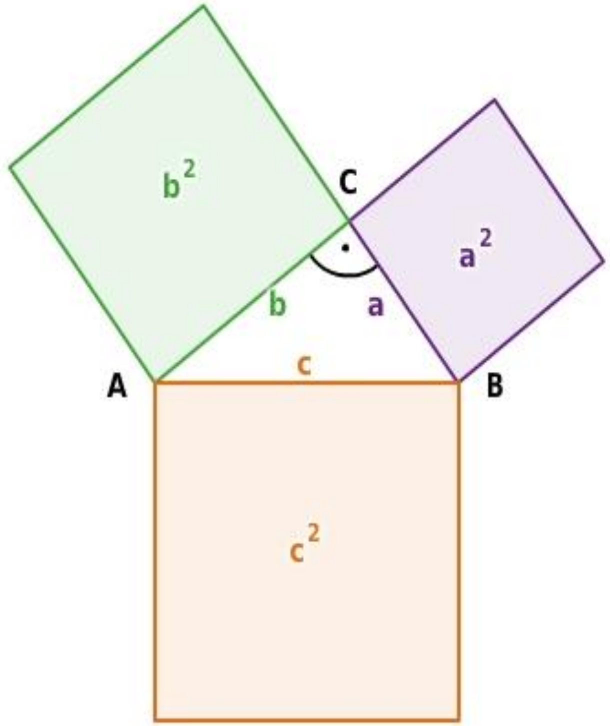
Netzwerk Zukunftsschulen NRW
„Förderung von Leistungsspitzen“
Arbeitsgruppe am Städtischen Gymnasium Olpe

April 2019

Unterrichtsvorhaben zum „Satz des Pythagoras“ in Klasse 9 - Mathematik



Exemplarische Erarbeitung von Möglichkeiten der Förderung von Leistungsspitzen im Mathematikunterricht

1 Einleitende Darstellung des Unterrichtvorhabens

1.1 Welche Ziele verfolgt das Unterrichtsvorhaben?

Die SuS können den Satz des Pythagoras im formalen Zusammenhang und im Sachzusammenhang sicher anwenden.
Im Besonderen sollen die leistungsstarken SuS wesentliche Aspekte der Beweisführung und Variationen zusätzlich zum normalen Stoff des Kernlehrplans erlernen.

1.2 Welche Kompetenzen sollen durch das Unterrichtsvorhaben gefördert werden?

Argumentieren/Kommunizieren:

- erläutern mathematische Zusammenhänge und Einsichten mit eigenen Worten und präzisieren sie mit geeigneten Fachbegriffen (**A1**)
- überprüfen und bewerten Problembearbeitungen (**A2**)

Problemlösen:

- zerlegen Probleme in Teilprobleme (**P1**)
- wenden die Problemlösestrategien „Vorwärts- und Rückwärtsarbeiten“ an (**P2**)
- verlgeichen Lösungswege und Problemlösestrategien und bewerten sie (**P3**)

Modellieren:

- übersetzen Realsituationen in mathematische Modelle (**M1**)

Werkzeuge:

- wählen ein geeignetes Werkzeug aus („Bleistift und Papier“, Taschenrechner, etc.) und nutzen es (**W1**)
- wählen geeignete Medien für die Dokumentation und Präsentation aus (**W2**)

Geometrie:

- berechnen geometrische Größen und verwenden dazu den Satz des Pythagoras und die Definitionen von Sinus, Kosinus und Tangens und begründen Eigenschaften von Figuren mithilfe des Satzes von Thales (**G1**)
- schätzen und bestimmen Oberflächen und bestimmen Oberflächen von Volumina von Pyramiden, Kegeln und Kugeln (**G2**)

1.3 In welcher Form werden besonders interessierte bzw. begabte SuS gefördert?

Im Besonderen soll die formale Beweisführung (auch Höhen- und Kathetensatz) als Erweiterung zum geometrischen Beweis und seinen Anwendungen mit den begabten SuS thematisiert werden (Enlargement/Enrichment).

2 Reihen- und Stundenplanung

2.1 Darstellung der Reihe:

Stunde	**Thema**	**Besondere Förderungsmaßnahmen für interessierte und begabte SuS**	**Geförderte Kompetenze n**
1. Sequenz: Herleitung			
1. Stunde	Der Satz des Pythagoras: Verschiedene Zugänge zur inhaltlichen Aussage des S.d.P.	Begabte SuS bearbeiten den algebraischen Nachweis des S.d.P.	A1, P3
2. Stunde	Längenberechnung auf der Basis des S.d.P. Unter besonderer Berücksichtigung des Radizierens	Begabte SuS erarbeiten bereits die Umkehrung des S.d.P.	W1
3. Stunde	Umkehrung des S.d.P.: Nachweis der signifikanten Bedeutung des rechten Winkels	Präsentation der Umkehrung des S.d.P. durch die begabten SuS, die dies bereits vorbereitet haben	A1, P2
1. Sequenz: Anwendungen			
1. Stunde D-St	Entwicklung von Problemlösestrategien auf der Basis des S.d.P.	Vermittlung von für jeden verbindlichen Strukturen	G1, M1, A2, P1, P2, W1
2. Stunde E-St	Übung macht den Meister: Ein Aufgabenset mit verschiedenen Schwierigkeitsstufen zur Längenberechnung in Flächen (Beispielsweise Unkelbach, verschiedene Aufgaben aus der Fachliteratur)	Durch verstärkten Einsatz von Parametern kann die Aufgabenstellung für begabte SuS abstrakter gestaltet werden.	W2, A2, P1, P3, W1
1. Sequenz: Vertiefung			
1. Stunde	Wie weit ist es von Düsseldorf nach Köln: Abstandsprobleme im Sachzusammenhang. Konkrete Berechnungen sowie Erstellung einer allgemeinen Formel Hausaufgabe: Erstellen eigener Aufgaben mit Lösung zur Folgestunde	Die leistungsstarken SuS erstellen die allgemeine Formel während die schwächeren SuS konkrete Aufgaben bearbeiten.	A1, P3, M1
2. Stunde	Pythagoras im Raum, gemischte Übungsaufgaben (Pyramiden,...)	Langzeitaufgabe Höhen-/Kathetensatz	A1, W2

2.2. Darstellung der einzelnen Stunden

1. Stunde: *Der Satz des Pythagoras: Verschiedene Zugänge zur inhaltlichen Aussage des S.d.P.*

Zeit	Unterrichts-phase	Sach- und Verhaltensaspekt	Sozialform/ Handlungs-muster	Medien / Material	Didaktische Perspektive/ Kompetenzorientierung
	Einstieg	Den SuS wird das Eingangsproblem präsentiert. Flurbereinigung mit Zahlenbeispielen (rechtwinklig oder nicht rechtwinklig, AB1)	LV, UG	AB1	Im UG wird vor allem auf die signifikante Bedeutung des rechten Winkels hingewiesen. Vom Eingangsproblem ausgehend wird der Zusammenhang vertiefend mit den SuS besprochen und in einem Tafelbild formal und sprachlich fixiert.
	Differenzierte Erarbeitung	Die SuS können je nach Leistungsstärke zwischen zwei Erarbeitungen zum Satz des Pythagoras wählen „Erpuzzle dir Pythagoras“ / algebraischer Beweis Schnellere und/oder kreative SuS bereiten ein Plakat zur Präsentation vor	PA	Puzzle, AB2, ggf. Plakat	
	Präsentation	Ausgewählte SuS zeigen das Puzzle am OHP oder den Beweis an der Tafel	SV	OHP, Puzzle, AB 1 und 2, ggf. Plakat	
	Sicherung	Erstellung der Zusammenhänge (Flurbereinigung – Puzzle – Algebra) und gemeinsame sprachliche Formulierung des S.d.P.	LV, UG	Tafel	
	Hausaufgabe	Einfache Formulierungsübungen	LV		

2. Stunde: *Längenberechnung auf der Basis des S.d.P. unter besonderer Berücksichtigung des Radizierens*

<table>
<tr><th>Unterrichtsphase</th><th>Sach- und Verhaltensaspekt</th><th>Sozialform/ Handlungs-muster</th><th>Medien / Material</th><th>Didaktische Perspektive/ Kompetenzorientierung</th></tr>
<tr><td>Einstieg</td><td>Formulierung des S.d.P. für ein Dreieck mit abweichenden Seitenbezeichnungen
Wiederholung der Versprachlichung</td><td>UG</td><td>Tafel</td><td rowspan="3">Die begabten SuS erarbeiten sich die Herleitung des rechten Winkels aus der pythagoreischen Gleichung anhand eines angeleiteten Materials (siehe Anhang). Sie bereiten eine Präsentation für die nächste UR-Stunde vor (Folie/Plakat)</td></tr>
<tr><td>Übung</td><td>Innermathematische Übungsaufgaben aus dem Mathematikbuch, elementare Berechnungen von Dreieckseiten unter besonderer Berücksichtigung des Radizierens (Gleichungen umformen)</td><td>PA</td><td>Buch</td></tr>
<tr><td>Sicherung</td><td>Besprechung der Übungsaufgaben</td><td>UG; SV</td><td>Tafel/ Beamer</td></tr>
<tr><td>Hausaufgabe</td><td>Weitere vertiefende Übungsaufgaben aus dem Buch</td><td></td><td></td><td></td></tr>
</table>

3. Stunde: *Umkehrung des S.d.P.: Nachweis der signifikanten Bedeutung des rechten Winkels*

Unterrichts-phase	**Sach- und Verhaltensaspekt**	**Sozialform/ Handlungs-muster**	**Medien / Material**	**Didaktische Perspektive/ Kompetenzorientierung**
Einstieg	Den SuS wird das Eingangsproblem präsentiert. Die ägyptischen Seilspanner (Ausgangsfrage: Wie haben es die Seilspanner geschafft, einen rechten Winkel herzustellen?)	LV, UG	Folie 1	Die begabten SuS haben bereits in der 2. Stunde an einem AB zum Beweis der Umkehrung des Satzes von Pythagoras gearbeitet (Enlargement).
Erarbeitung	SuS lösen in Gruppen das vorgestellte Problem, indem sie selbst einen rechten Winkel mithilfe des Seils erstellen. Sie sammeln erste Ideen zur mathematischen Begründung.	GA	Seile mit Markierung en AB	
Sicherung 1	Ausgewählte SuS stellen ihre Lösung mithilfe des Seils der Klasse vor. Die Umkehrung des Satzes von Pythagoras wird gemeinsam an der Tafel festgehalten.	SV, UG	Tafel	
Sicherung 2	Präsentation der begabten SuS des Beweises zur Umkehrung des Satzes von Pythagoras.	SV, UG		
Hausaufgabe	Übungsaufgaben zur Umkehrung des Satzes von Pythagoras	LV	Buch	

4. Stunde: *Entwicklung von Problemlösestrategien auf der Basis des S.d.P.*

Unterrichtsphase	Sach- und Verhaltensaspekt	Sozialform/ Handlungs-muster	Medien / Material	Didaktische Perspektive/ Kompetenzorientierung
Einstieg	Problematisierung	LV	Folie	Alle SuS sollen gemeinsam eine allg. Lösungsstrategie kennen lernen. Insb. die begabten SuS sollen dabei gefördert werden ihre Lösungswege angemessen und nachvollziehbar zu dokumentieren.
Strategievermittlung	LV über die einzelnen Schritte der Lösungsstrategie anhand des Einstiegsbeispiels	LV	Tafel/ Beamer	
Erarbeitung	Anwendung der Lösungsstrategie auf ein weiteres Problem	UG	Tafel	
Sicherung	Vergleich der Lösungen	UG		
Hausaufgabe	Einprägen der einzelnen Schritte zur Lösungsstrategie	LV		

5. Stunde: *Übung macht den Meister - Stationenlernen*

<table>
<tr><th>Unterrichtsphase</th><th>Sach- und Verhaltensaspekt</th><th>Sozialform/ Handlungs-muster</th><th>Medien / Material</th><th>Didaktische Perspektive/ Kompetenzorientierung</th></tr>
<tr><td>Einstieg</td><td>Wiederholung der einzelnen Schritte der Problemlösestrategie mithilfe von Karten die sortiert werden müssen</td><td>UG</td><td>Karten</td><td rowspan="3">Bereitstellung von differenziertem Arbeitsmaterial, die SuS können eigenständig zwischen verschiedenen Schwierigkeitsniveau wählen. Jede Aufgabe ist mit einer Punktzahl versehen. Leichte Aufgaben: wenige Punkte, schwierige Aufgaben: hohe Punktzahl (damit wird die Attraktivität zur Lösung schwieriger Aufgaben erhöht, Enrichment)
das Staionenlernen realisiert jeder selbst anhand des Lehrbuchs bzw. Material 1</td></tr>
<tr><td>Übung</td><td>Stationenlernen, Übungsaufgaben mit unterschiedlichem Schwierigkeitsgrad mit gleicher Zielsetzung (Punktesystem: Jeder S. muss eine Mindestanzahl an Punkten erreichen)</td><td>LV</td><td>Tafel/Beamer</td></tr>
<tr><td>Sicherung</td><td>Mithilfe von Lösungen werden die Aufgaben in PA gegenseitig korrigiert.
Ausgewählte Aufgaben können zentral besprochen werden.</td><td>PA/EG</td><td>Lösungen</td></tr>
<tr><td>Hausaufgabe</td><td>Weiterarbeit an den unterschiedlichen Aufgaben</td><td></td><td></td><td></td></tr>
</table>

6.Stunde: *Wie weit ist es von Düsseldorf nach Köln: Abstandsprobleme im Sachzusammenhang. Konkrete Berechnungen sowie Erstellung einer allgemeinen Formel.*

Unterrichts-phase	**Sach- und Verhaltensaspekt**	**Sozialform/ Handlungs-muster**	**Medien / Material**	**Didaktische Perspektive/ Kompetenzorientierung**
Einstieg	Den SuS wird das Eingangsproblem präsentiert. Landkarte NRW (Entfernung Köln - Düsseldorf, Folie)	LV, UG	OHP, Folie	
Differenzierte Erarbeitung	Die SuS können je nach Leistungsstärke zwischen zwei Erarbeitungen zur Berechnung des Abstands zweier Punkte wählen. Gestufte Arbeitsaufträge nach Schwierigkeitsgrad.	PA	AB1, Heft	Leicht und mittel: konkrete Berechnungen an angegebenen Punkten. Hierbei können bei dem leichten Arbeitsauftrag die Längen der Katheten sofort abgelesen werden. (Ein Punkt befindet sich im Ursprung), beim mittleren Schwierigkeitsgrad muss indirekt schon die Differenz der x- bzw. y-Koordinaten gebildet werden. Der Arbeitsauftrag für leistungsstarke Schüler kann mit Aufgabe 2 beginnen zur Hinführung der allgemeinen Abstandsformel. (Enrichment)

Präsentation	Ausgewählte SuS stellen ihre Ergebnisse an der Tafel vor.	SV	OHP, Tafel	Hier beginnen SuS, die den mittleren Schwierigkeitsgrad gewählt haben. Darauf baut die Präsentation der Abstandsformel für leistungsstärkere SuS auf. (Enrichment)
Sicherung	Erstellung der Zusammenhänge (S.d.P in der Abstandsformel)	LV, UG	Tafel	Im UG wird vor allem auf die Bedeutung des rechtwinkligen Dreiecks bei der Abstandsberechnung eingegangen, sowie die Berechnung der Teilstrecken (Katheten) durch das Bilden der Differenz der x- bzw. y-Koordinaten. Mögliche Vertiefung: Ist die Reihenfolge der Punkte wichtig, woran erkennt man das in der Formel?
Hausaufgabe	Erstellen eigener Aufgaben mit Lösungen zur Folgestunde	LV		

7. Stunde: *Pythagoras im Raum*

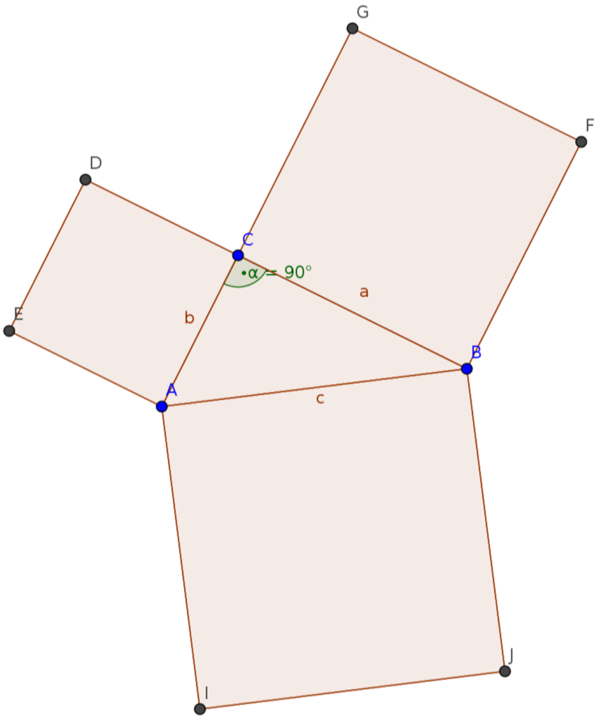
Unterrichtsphase	**Sach- und Verhaltensaspekt**	**Sozialform/ Handlungs-muster**	**Medien / Material**	**Didaktische Perspektive/ Kompetenzorientierung**
Einstieg	Problematisierung „Glaspyramiden Louvre“ Gemeinsame Bearbeitung der Aufgabe unter Anwendung der bekannten Lösungsstrategie	UG	Tafel/ Körper	Die begabten SuS bearbeiten sich nach dem Einstieg eigenständig den Katheten- und Höhensatz (anhand der Beweispuzzles) (Enlargement)
Übung	Weitere Übungsaufgaben zum S.d.P. im Raum mithilfe des Mathematikbuches.	EA/PA	Buch	
Sicherung	Ergebnisse werden verglichen und an der Tafel besprochen.	UG	Tafel	
Vertiefung	Die begabten SuS präsentieren ihre Ergebnisse	SV	Folie	

1 Arbeitsmaterialien

1. Stunde (Folie)

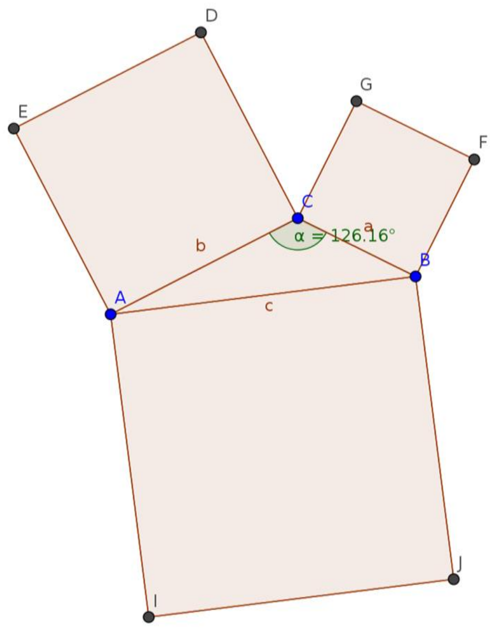
Bauer Weber besitzt die beiden Felder A und B, Bauer Fischbach das Feld C. Aufgrund der Lage ihrer jeweiligen Höfe wäre ein Tausch der Felder sinnvoll. Entscheide, ob es sich hierbei um einen fairen Tausch handelt.

Feld



Bauer Müller und Bauer Lütticke befinden sich in einer ähnlichen Situation. Handelt es sich hierbei um einen fairen Tausch?

.



Feld A

Material AB 1
aus: Lambacher Schweizer 9. Serviceband. Stuttgart 2009, S. 38.

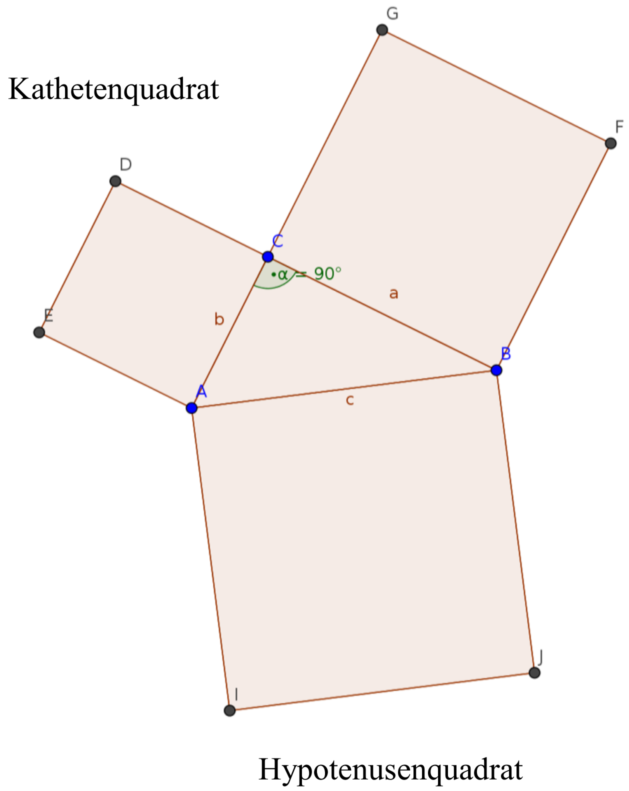
Material AB 2
aus: Lambacher Schweizer 9. Serviceband. Stuttgart 2009, S. 39.

Tafelanschrieb:

Satz des Pythagoras

Wenn ein Dreieck rechtwinklig ist mit den Katheten a und b und der Hypotenuse c, dann gilt: $a^2 + b^2 = c^2$

Die Summe der Flächeninhalte der Kathetenquadrate ist gleich dem Flächenhalt des Hypotenusenquadrates.



2. Stunde (AB)

Satz des Pythagoras:

In jedem rechtwinkligen Dreieck ist die Summe der Flächeninhalte der beiden Quadrate über den Katheten genauso groß wie der Flächeninhalt des Quadrates über der Hypotenuse.
Also gilt für jedes Dreieck ABC:
Wenn $\gamma = 90°$ist, so ist$a^2 + b^2 = c^2$

Es stellt sich nun die Frage, ob auch die Umkehrung des Satzes von Pythagoras gilt: Wenn ein Dreieck mit den Seiten a, b und c die Gleichung $a^2 + b^2 = c^2$erfüllt, so ist es auch rechtwinklig.
Wie kannst du das beweisen?
Rufe dir dazu in Erinnerung, welche Angaben nötig sind, um ein Dreieck auf Kongruenz eindeutig zu konstruieren. Es genügen einerseits alle drei Seiten (SSS) und andererseits zwei Seiten und der eingeschlossene Winkel (SWS):
Betrachte das Dreieck ABC mit $a = 3, b = 4$und $c = 5$
Betrachte das Dreieck A’B’C’ mit $a' = 3, b' = 4$und $\gamma = 90°$.

1. Berechne im Dreieck A’B’C’ die Seite c’.
2. Warum sind die Dreiecke ABC und A’B’C’ kongruent?
3. Was folgt daraus für den Winkel γ?

Schreibe die Begründung auf, weshalb die beiden Dreiecke kongruent sind, und weshalb daraus folgt, dass die Umkehrung des Satzes von Pythagoras stimmt.

Stelle den Beweis nächste Stunde deinen Mitschülern vor.

3. Stunde (Folie)

Die ägyptischen Seilspanner

https://www.hsg-kl.de/faecher/m/archiv/sinus/sk9/seilsp.gif (Zugriff: 2.4.2019)

Im alten Ägypten (um 2000 v.Chr.) mussten jedes Jahr nach der Nilüberschwemmung die Felder neu vermessen werden. Die "Seilspanner“ benutzten dazu sogenannte **Knotenschnüre**:

B

Die ägyptischen Seilspanner

https://www.hsg-kl.de/faecher/m/archiv/sinus/sk9/seilsp.gif (Zugriff: 2.4.2019)

Es ist überliefert, dass im alten Ägypten so genannte Seilspanner die Aufgabe hatten, mit Knoten-Seilen rechte Winkel zu bilden, um die Felder nach der jährlichen Überschwemmung des Nils neu zu vermessen.

Aufgabe 1:

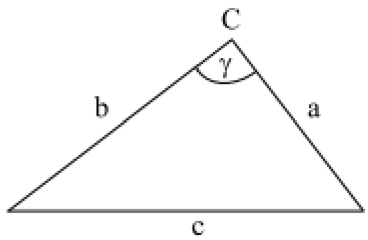
Nimm das Seil mit den 12 Markierungen, welches in gleich große Abschnitte aufgeteilt ist. Spanne ein Dreieck auf, deren drei Eckpunkte jeweils genau bei einem Knoten liegen, sodass ein rechtwinkliges Dreieck entsteht.
Erstelle dazu eine Skizze und überlege, ob es mehrere Möglichkeiten gibt.

Aufgabe 2:
Wie könnte man mathematisch begründen, dass der Winkel wirklich 90° beträgt?

Aufgabe 3:
Überlege dir, ob die Konstruktion auch mit anderen Knotenseilen funktioniert und schreibe die Knotenzahl auf.

Tafelbild:

Umkehrung des Satzes von Pythagoras:
Gilt für die Seiten eines Dreiecks $a^2 + b^2 = c^2$, dann hat das Dreieck bei C einen rechten Winkel ($\gamma = 90°$).



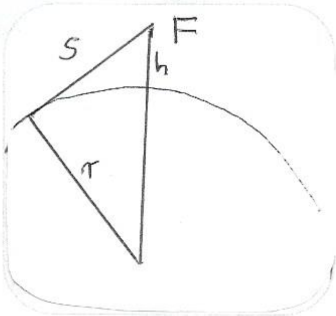
AB: Problemlösestrategie

Strategie zum Problemlösen

Problem

Aus einem Flugzeug in 500 m Höhe hat man einen weiten Blick auf die Landschaft - bis zum Horizont. Allerdings kann man - auch mit dem Fernglas - nur bis zum Horizont schauen.

Berechne die maximale Sichtweite bei klarer Wetterlage!



Beziehungen zwischen den Größen im rechtwinkligen Dreieck:

Erdradius r ca.6.370 km

r + h = 6.370,5 km

s ist gesucht!

Lösung durch den Satz des Pythagoras

$$s = \sqrt{6.370{,}5^2 - 6.370^2}$$
$$= 79{,}814$$

Problemprobe

79,814 als Kathetenlänge gibt die Sichtweite plausibel in km an!

Stationenlernen, 5. Stunde:

Material 1: http://ne.lo-net2.de/selbstlernmaterial/ (Zugriff: 2.4.2019)

6. Stunde (Folie)

Wie weit ist es von Düsseldorf nach Köln?

https://www.welt-atlas.de/karte_von_nordrhein-westfalen_1-185 (Zugriff: 2.4.2019)

AB1: Wie weit ist es von Düsseldorf nach Köln?

Abstände von Punkten hast Du bisher zeichnerisch ermittelt. Mit dem Satz des Pythagoras kannst Du Abstände zweier Punkte $P(x_p|y_p)$ und $Q(x_q|y_q)$ exakt ausrechnen. Dazu sollst Du folgende Arbeitsschritte ausführen:

Aufgabe 1: (leicht)
Die Stadt *Köln* soll im Koordinatensystem im Ursprung, d.h. im Punkt $K(0|0)$ liegen. Die Stadt *Düsseldorf* befindet sich im Punkt $D(5|7)$.

a) Zeichne die beiden Städte anhand der Koordinaten in ein Koordinatensystem in Dein Heft.
b) Ergänze eine Stadt *Rechtwinkel* so, dass die Städte *Köln*, *Rechtwinkel* und *Düsseldorf* ein rechtwinkliges Dreieck mit der Strecke von *Köln* nach *Düsseldorf* als Hypotenuse bilden.
c) Bestimme nun rechnerisch die Entfernung von *Köln* nach *Düsseldorf*. Wie kannst Du dafür den Satz des Pythagoras nutzen?
TIPP: Wie lang sind die Strecken von *Köln* nach *Rechtwinkel* und von *Rechtwinkel* nach *Düsseldorf?*

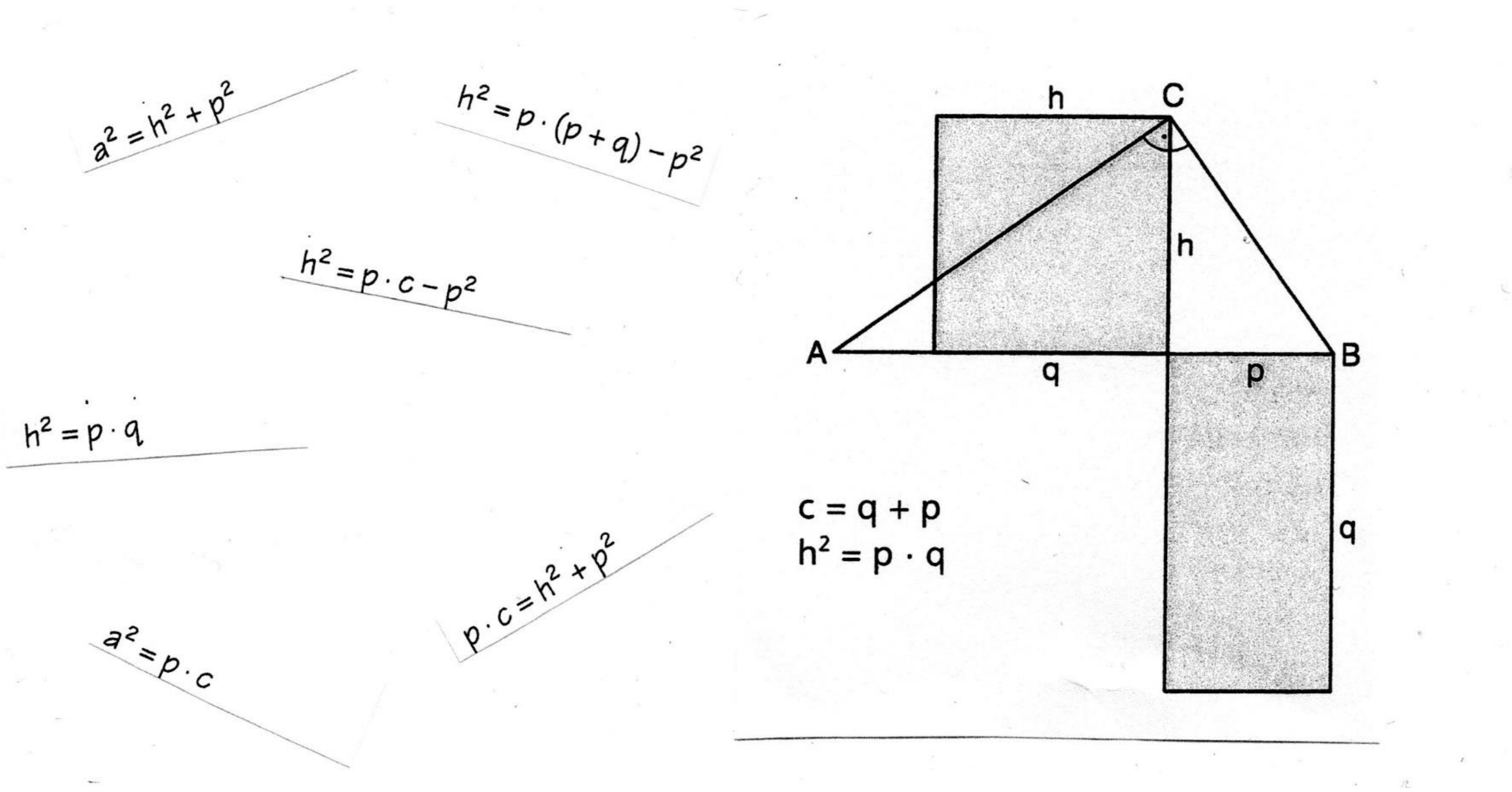
Aufgabe 2: (mittel)
Die Stadt *Köln* liegt nun im Punkt $K(2|3)$ und *Düsseldorf* im Punkt $D(7|10)$.

a) Zeichne die beiden Städte anhand der Koordinaten in ein Koordinatensystem in Dein Heft.
b) Ergänze eine Stadt *Rechtwinkel* so, dass die Städte *Köln*, *Rechtwinkel* und *Düsseldorf* ein rechtwinkliges Dreieck mit der Strecke von *Köln* nach *Düsseldorf* als Hypotenuse bilden.
c) Bestimme nun rechnerisch die Entfernung von *Köln* nach *Düsseldorf*. Wie kannst Du dafür den Satz des Pythagoras nutzen?
TIPP: Wie lang sind die Strecken von *Köln* nach *Rechtwinkel* und von *Rechtwinkel* nach *Düsseldorf*?

Aufgabe 3: (schwer)
Die Stadt *Köln* liegt nun im Punkt $K(x_k|y_k)$ und *Düsseldorf* im Punkt $D(x_d|y_d)$. Auch hier gibt es die Stadt *Rechtwinkel,* die *Köln* und *Düsseldorf* zu einem rechtwinkligen Dreieck (siehe Aufgabe 1 und 2) ergänzt. Ihre Koordinaten sollen aber in den weiteren Rechnungen ohne Bedeutung sein.

a) Bestimme mithilfe der Rechnungen in Aufgabe 2 einen Term zur Berechnung der Länge der Strecke von *Köln* nach *Rechtwinkel* mit den Koordinaten von *Köln* und *Düsseldorf.* Welche Informationen der jeweiligen Punkte benötigst Du nur?
b) Bestimme mithilfe der Rechnungen in Aufgabe 2 einen Term zur Berechnung der Länge der Strecke von *Düsseldorf* nach *Rechtwinkel* mit den Koordinaten von *Köln* und *Düsseldorf*. Welche Informationen der jeweiligen Punkte benötigst Du nur?
c) Gib mithilfe der Terme von a) und b) nun eine Formel zur Berechnung der Entfernung von *Köln* nach *Düsseldorf* an.
d) Fertige eine Skizze an, mit der Du Deine *Abstandsformel* begründen kannst.

Beweispuzzle: Höhensatz

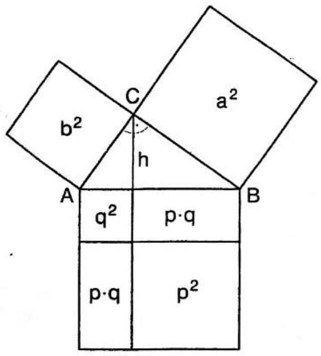


Arbeitsauftrag

a) Versprachliche den Höhensatz!
b) Setze den Beweis des Höhensatzes aus den sechs verschiedenen Schritten zusammen!

Kathetensatz

$$b^2 = q \cdot c$$



$b^2 = q \cdot c$

Ersetze h^2 durch $p \cdot q$ (Höhensatz)

Nach Pythagoras gilt: $b^2 = h^2 + q^2$

$b^2 = (p \cdot q) + q^2$

Ersetze $(p + q)$ durch c

$b^2 = q \cdot (q + p)$

Arbeitsauftrag

a) Versprachliche den Kathetensatz für $b^2 = q \cdot c$!
b) Formuliere die Gleichung des Kathetensatzes auch für a^2!
c) Setze den Beweis des Kathetensatzes aus den sechs verschiedenen Schritten zusammen!
d) Formuliere den Beweis selbst für das Quadrat über der Kathete a!